1 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{|x|}\sqrt{2|x|} & \text{si } x\neq 0,\\ 0 & \text{si } x=0.\end{cases}$$

Etudier la continuité de f sur $\mathbb{R}$.

2 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x)=\begin{cases}\left(1+\dfrac{1}{x-2}\right)|x-2| & \text{si } x\neq 2,\\ 1 & \text{si } x=2.\end{cases}$$

Etudier la continuité de f sur $\mathbb{R}$.

3 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-2,\,3\}$ par $f(x)=\dfrac{-3x^2-x+10}{x^3+x^2-8x-12}$.

1. La fonction f est-elle prolongeable par continuité en 3 ?
2. La fonction f est-elle prolongeable par continuité en -2 ?

4 Soit la fonction $f:x\mapsto\dfrac{x+3}{\sqrt{|x^2+x-6|}}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f.
2. Montrer que f est prolongeable par continuité en -3 et déterminer son prolongement.

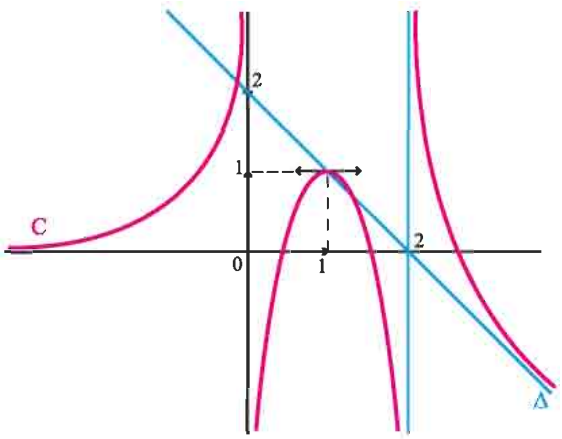
5 Déterminer les limites suivantes.

1. $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{-3}{x-1}$; $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{-3}{x-1}$.
2. $\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{-3x}{x^2-1}$; $\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{-3x}{x^2-1}$.
3. $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{1}{x^2-3x+2}$; $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{1}{x^2-3x+2}$.
4. $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\sqrt{1+x^2}}{x}$; $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{\sqrt{1+x^2}}{x}$.

6 Dans chacun des cas suivants, déterminer le prolongement par continuité de la fonction f en x_0.

1. $f:x\mapsto\dfrac{x^3+3x^2-2x-4}{x+1}$, $x_0=-1$.
2. $f:x\mapsto\dfrac{1-\sqrt{2}\cos x}{1-\sqrt{2}\sin x}$, $x_0=\dfrac{\pi}{4}$.
3. $f:x\mapsto\dfrac{\cos(4x)-1}{x^2}$, $x_0=0$.
4. $f:x\mapsto\dfrac{1}{(x-1)^2}\sin\left((x-1)^2\pi\right)$, $x_0=1$.

7 La courbe ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\{0,2\}$. La droite Δ et les droites d'équations respectives $x=0$, $x=2$ et $y=0$ sont des asymptotes à la courbe C.



1. Déterminer graphiquement,

$\lim\limits_{-\infty}f$, $\lim\limits_{0^-}f$, $\lim\limits_{0^+}f$, $\lim\limits_{2^-}f$, $\lim\limits_{2^+}f$, $\lim\limits_{+\infty}f$, $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)+x-2$.

2. Dresser le tableau de variation de f.
3. Déterminer suivant les valeurs de m, le nombre de solutions de l'équation $f(x)=m$.

8 Dans chacun des cas suivants, étudier la limite de la fonction f.

1. $f:x\mapsto\cos\left(\dfrac{\pi x+1}{x}\right)$ en $-\infty$.
2. $f:x\mapsto\sin\left(\dfrac{3}{\sqrt{x}}\right)$ en $+\infty$.
3. $f:x\mapsto\dfrac{\sin\left(\sqrt{x}\right)}{x}$ en 0^+.

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn